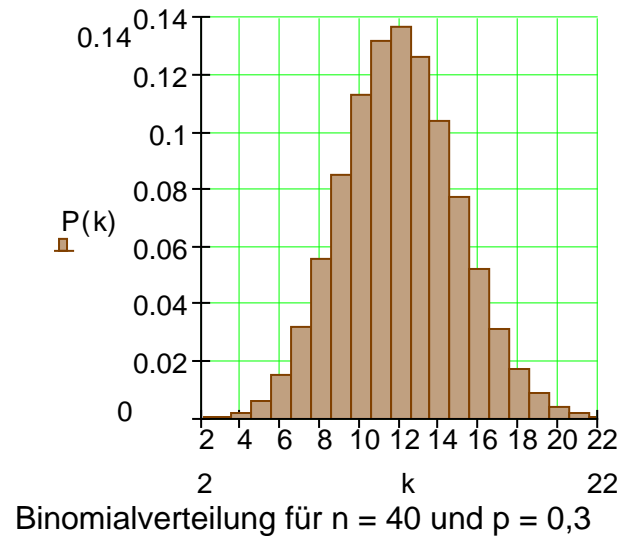
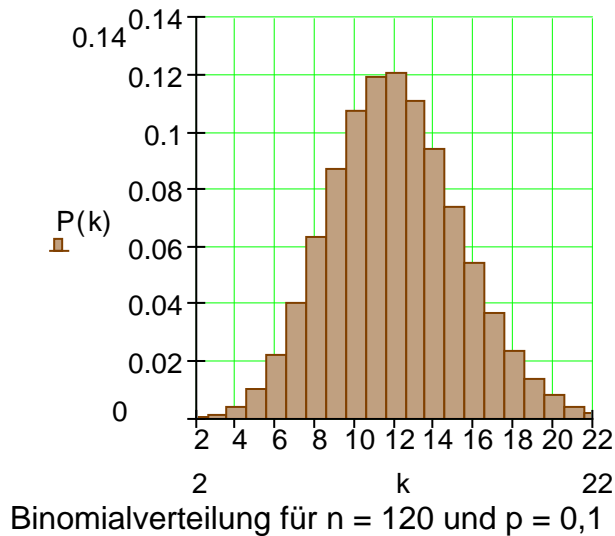


Varianz und Standardabweichung einer binomial verteilten Zufallsgröße



Beide Binomialverteilungen haben den gleichen Erwartungswert.

$$\mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = \underline{\underline{12}}$$

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = \underline{\underline{12}}$$

Obwohl beide Verteilungen den gleichen Erwartungswert haben sehen sie unterschiedlich aus. Wir untersuchen die Streuung um den Erwartungswert. Aus der beschreibenden Statistik ist die **Varianz**, bzw. die **Standardabweichung** als Streumaß bekannt.

Der Ausdruck

$$s^2 = h(x_1) \cdot (x_1 - \bar{x})^2 + h(x_2) \cdot (x_2 - \bar{x})^2 + h(x_3) \cdot (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + h(x_n) \cdot (x_n - \bar{x})^2$$

wurde als Varianz einer Stichprobe bezeichnet.

Die Werte $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \dots; h(x_n)$ stellen relative Häufigkeiten dar.

Für die Standardabweichung galt $s = \sqrt{s^2}$

Analog hierzu definieren wir für Wahrscheinlichkeitsverteilungen:

<p>Varianz und Standardabweichung:</p>	<p>Ist X eine Zufallsvariable, welche die Werte $x_1; x_2; x_3; x_4; \dots; x_n$ annehmen kann und den Erwartungswert μ hat, so heißt</p> $V(x) = P(X = x_1) \cdot (x_1 - \mu)^2 + P(X = x_2) \cdot (x_2 - \mu)^2 + \dots + P(X = x_n) \cdot (x_n - \mu)^2$ <p>die Varianz der Zufallsvariablen X.</p> <p>Die Quadratwurzel aus der Varianz einer Zufallsgröße heißt</p> <p>Standardabweichung $\sigma = \sqrt{V(x)}$</p>
---	---

Speziell für Binomialverteilungen gilt:

<p>Varianz und Standard- abweichung für Binomial- verteilungen:</p>	<p>Bei einem n – stufigen Bernoulli – Versuch mit der Erfolgswahrscheinlichkeit p und der Misserfolgswahrscheinlichkeit 1 – p und der Zufallsgröße X: Anzahl der Erfolge gilt für die Varianz: $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$ und für die Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$</p>
--	---

Der Beweis soll an dieser Stelle nicht geführt werden.

Für die oben abgebildeten Wahrscheinlichkeitsverteilungen gilt:

Binomialverteilung für n = 120 und p = 0,1 Binomialverteilung für n = 40 und p = 0,3

Erwartungswert :

$$\mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = \underline{\underline{12}}$$

Erwartungswert :

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = \underline{\underline{12}}$$

Standardabweichung :

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0,1 \cdot 0,9} \approx \underline{\underline{3,286}}$$

Standardabweichung :

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0,3 \cdot 0,7} \approx \underline{\underline{2,898}}$$

Bei der ersten Verteilung ist die Streuung etwas größer als bei der zweiten.